

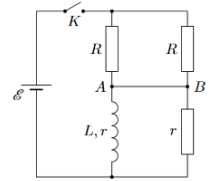
Урок 25 (5.03.2019)

Предельные задачи для переходных процессов.

Иногда возникают задачи, в которых не требуется описать детально переходный процесс, а требуется лишь определить предельное значение какой-нибудь величины (например, какой той протечёт за бесконечное время через проводник, при зарядке конденсатора). Иногда такие задачи легко решаются через закон сохранения энергии. Например: какое тепло Q выделится на сопротивлении R , через которое разряжается конденсатор C , заряженный до напряжения U ? Очевидно, что $Q = CU^2/2$. В других случаях приходится решать довольно непростую задачу...

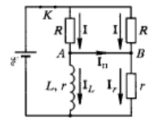
Задачи.

1. В схеме, изображённой на рисунке, в начальный момент ключ K разомкнут. Катушка с индуктивностью L обладает омическим сопротивлением r . Какой заряд протечёт через перемычку AB после замыкания ключа? Внутренним сопротивлением батареи и сопротивлением перемычки пренебречь. Параметры схемы указаны на рисунке.



Решение.

Резисторы R соединены параллельно, поэтому токи I через них всегда равны. Обозначим ток через перемычку через I_{II} , через индуктивность – I_L и через сопротивление r – I_r . В любой момент времени для токов выполняются следующие соотношения:



$$I = I_{II} + I_L, \quad I_r = I_{II} + I.$$

Учитывая, что катушка создаёт ЭДС самоиндукции $\varepsilon_L = -L \frac{dI_L}{dt}$, можем записать для нижнего контура (состоящего из перемычки, катушки и сопротивления r):

$$-L \frac{dI_L}{dt} = I_L r - I_r r = (I - I_{II})r - (I_{II} + I)r = -2rI_{II}.$$

Разделяя переменные, получаем:

$$L dI_L = 2rI_{II} \cdot dt.$$

Но $I_{II} = \frac{dQ_{II}}{dt}$, где Q_{II} – заряд, протекающий через перемычку, поэтому уравнение можно переписать так:

$$L \cdot dI_L = 2r \cdot dQ_{II}$$

Интегрируя обе части получаем:

$L \int_{I_0}^{I_{уст}} dI_L = 2r \int_0^Q dQ_{II}$, где I_0 – ток через катушку в начальный момент времени (он равен нулю, т.к. в начальный момент противо-ЭДС катушки блокирует ток через неё), а $I_{уст}$ – ток через катушку через бесконечное время, т.е. $I_{уст} = \frac{\varepsilon}{R+r}$.

В конце концов получаем:

$$L \cdot \frac{\varepsilon}{R+r} = 2rQ, \text{ или}$$

$$Q = \frac{L\varepsilon}{2r(R+r)}.$$

2.

Козел С.М., Слободянин В.П.

Всероссийские олимпиады по физике 1992-2004

УСЛОВИЕ

11.95. Игрушечный электропоезд массой $m = 500$ г с двигателем постоянного тока питается через рельсы от источника тока с напряжением $U_0 = 5$ В и движется с горизонтальной скоростью $v_0 = 20$ см/с. В некоторый момент времени источник отключают, а рельсы замыкают резистором с сопротивлением $R = 50$ Ом. Найдите тормозной путь L поезда, считая, что его колеса не проскальзывают. Сопротивлением обмоток электродвигателя, трением в подшипниках и другими потерями в двигателе пренебречь.

РЕШЕНИЕ

11.95. ЭДС индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, поэтому напряжение на клеммах двигателя пропорционально скорости движения поезда:

$$U = U_0 \frac{v}{v_0}.$$

Мощность, которую вырабатывает двигатель, работающий в режиме генератора, целиком выделяется на резисторе (трением пренебрегаем) и определяется законом Джоуля–Ленца:

$$P = U \frac{U}{R} = \frac{U_0^2}{Rv_0^2} v^2. \quad (1)$$

Легко заметить, что формула (1) означает, что тормозящая сила пропорциональна скорости:

$$F = - \frac{U_0^2}{Rv_0^2} v.$$

Таким образом, полный импульс силы за время торможения и тормозной путь связаны следующим соотношением:

$$mv_0 = \frac{U_0^2}{Rv_0^2} L, \quad L = \frac{Rmv_0^3}{U_0^2} = 8 \text{ мм.}$$